

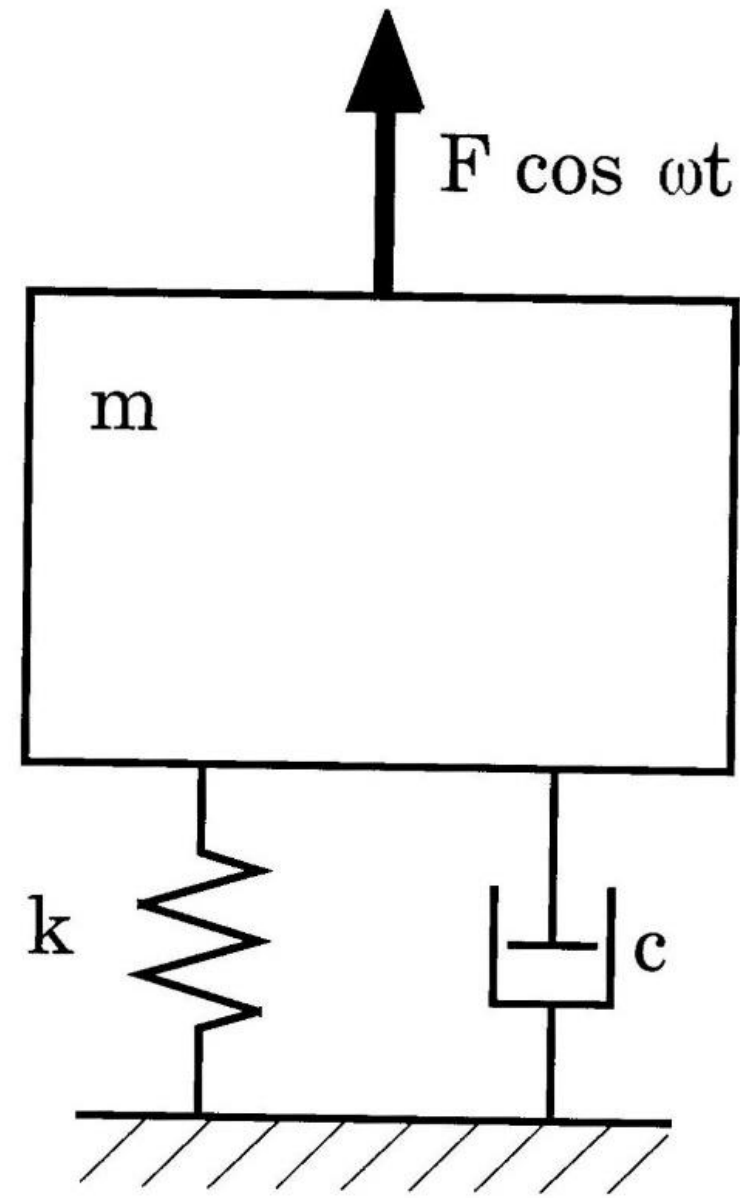
Leçon 3.2 – Exemples Oscillateur 1D Permanent Harmonique

ME-332 – Mécanique Vibratoire

Prof. Guillermo Villanueva

- 3 Exemples
- Calculer la force transmise au sol
- Système forcé avec l'inertie
- Mesure de l'amortissement

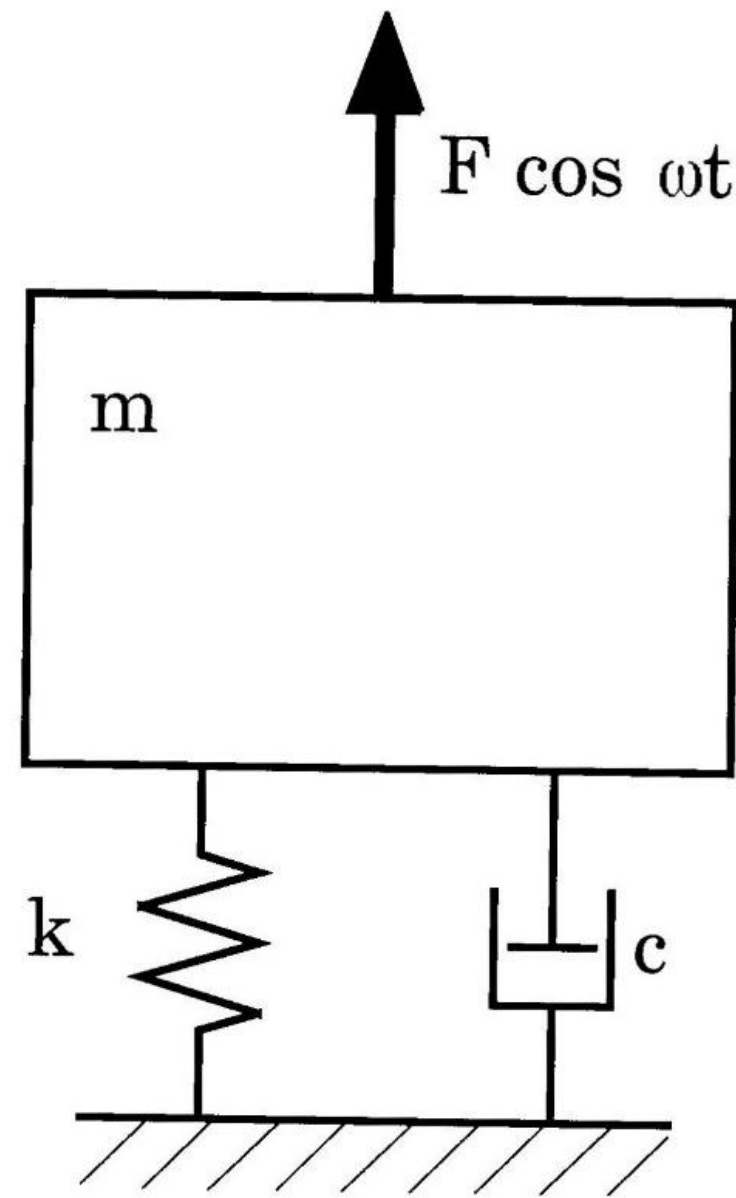
EPFL Exemple 3.1 – Réalisation d'une assise



Données du problème

$$m = 20 \text{ kg} \quad k = 200 \text{ kN/m} \quad \omega = 0,9 \omega_0$$

EPFL Exemple 3.1 – Réalisation d'une assise

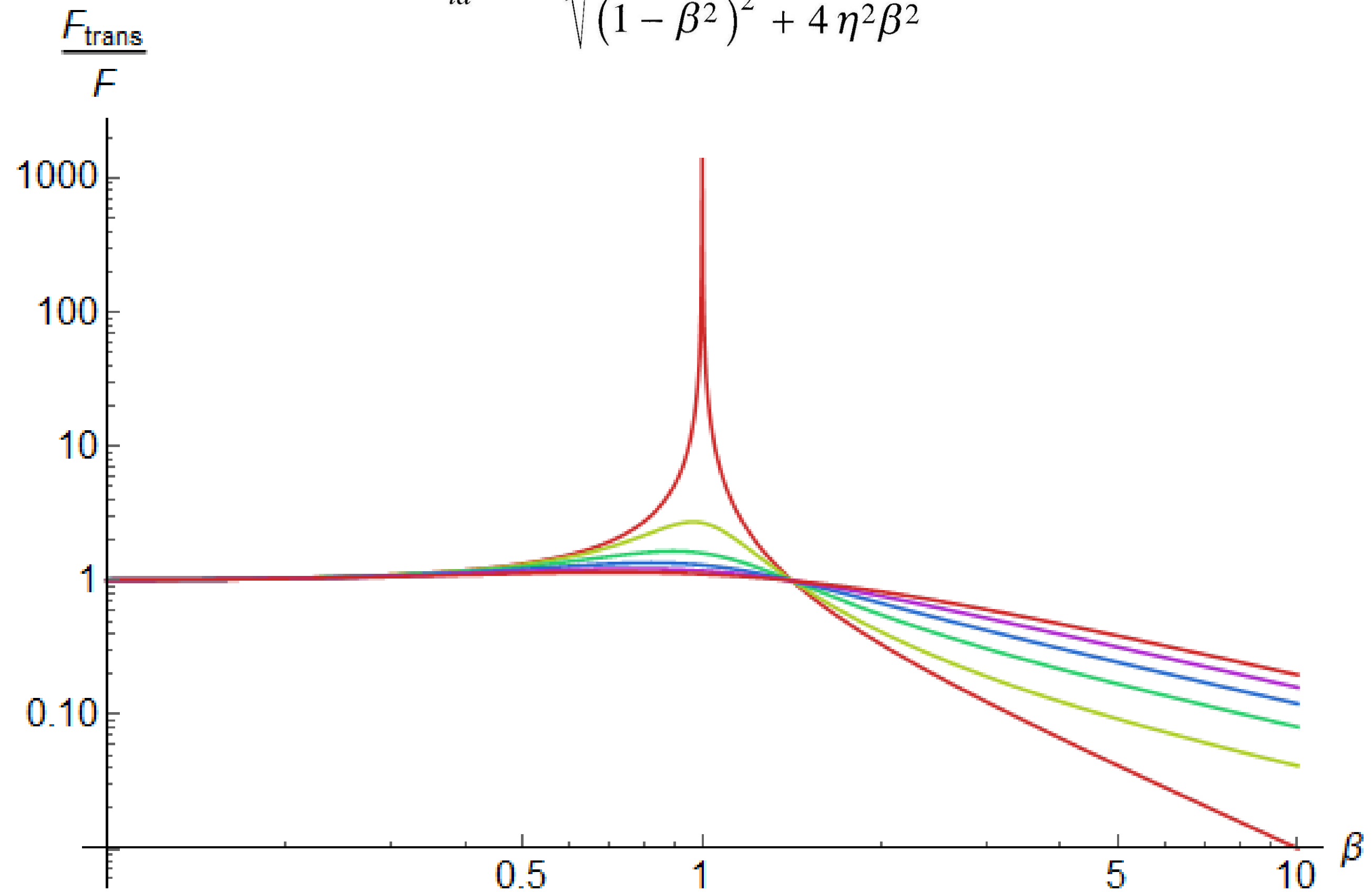


Données du problème

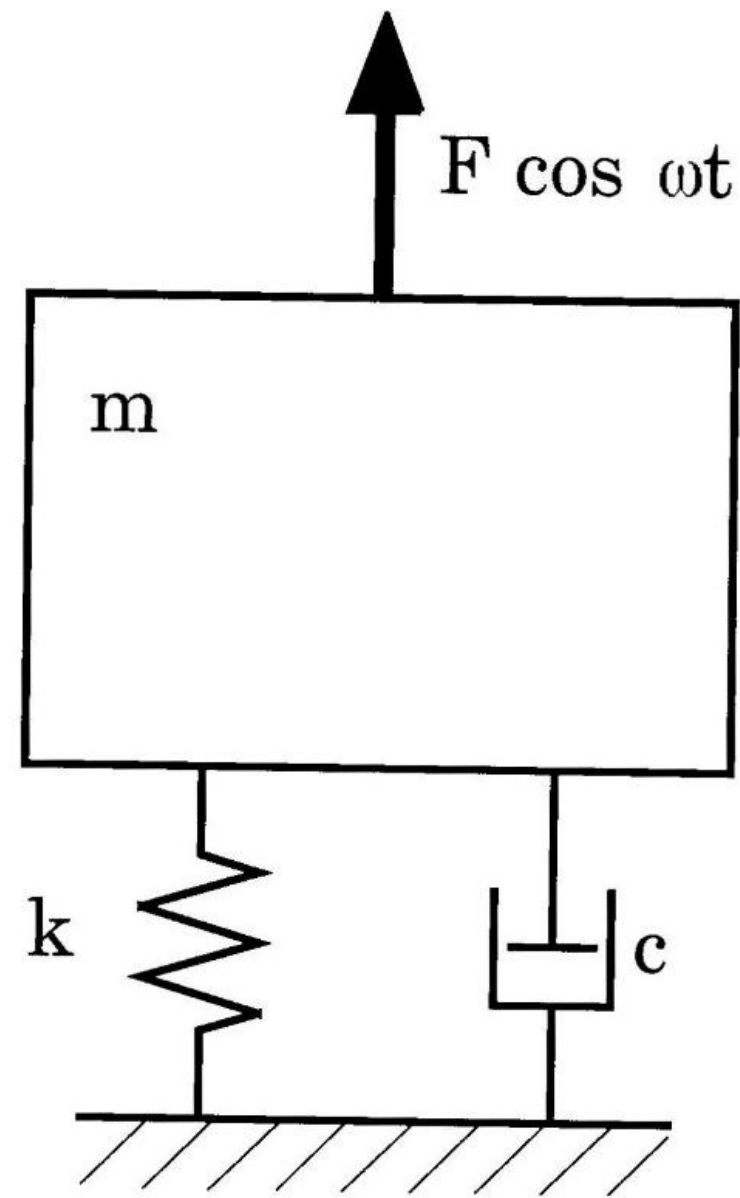
$$m = 20 \text{ kg} \quad k = 200 \text{ kN/m} \quad \omega = 0,9 \omega_0$$

Force transmise au sol (système amorti)

$$F_{ta} = F \sqrt{\frac{1 + 4 \eta^2 \beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + 4 \eta^2 \beta^2}}$$



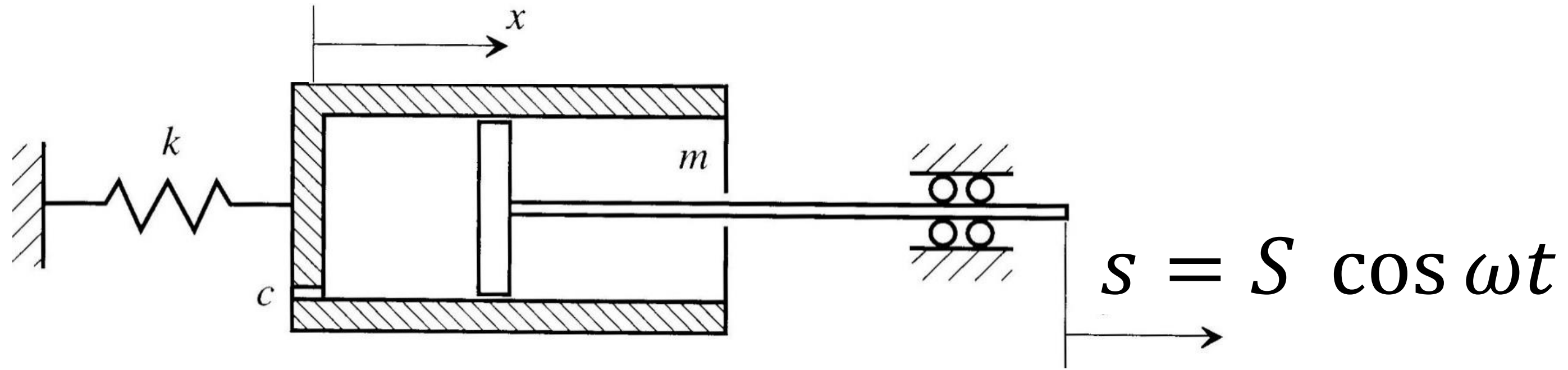
EPFL Exemple 3.1 – Réalisation d'une assise



Données du problème

$$m = 20 \text{ kg} \quad k = 200 \text{ kN/m} \quad \omega = 0,9 \omega_0$$

EPFL Exemple 3.2 – Amortisseur Hydraulique

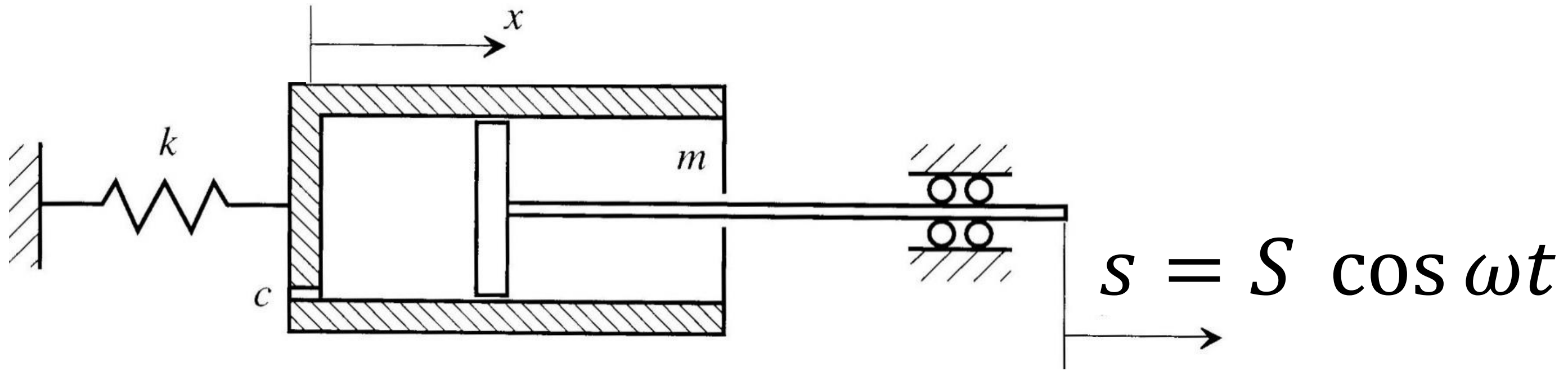


Equation du mouvement du système

$$m\ddot{x} = -kx + c(\dot{s} - \dot{x})$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{s}$$

EPFL Exemple 3.2 – Amortisseur Hydraulique



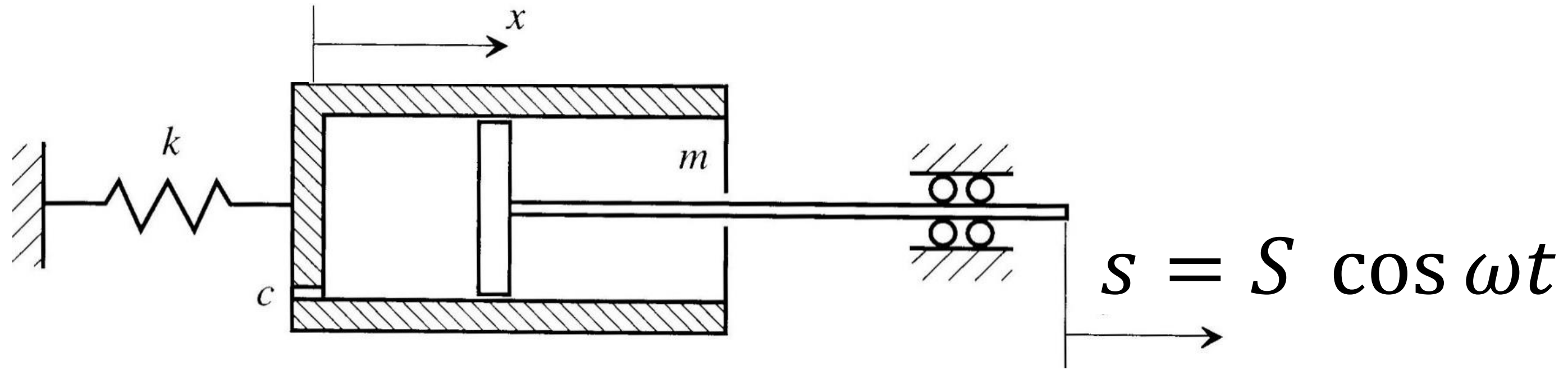
Caractérisation du déplacement complexe

$$\begin{aligned} ((k - \omega^2 m) + j \omega c) \underline{x} &= j \omega c \underline{S} \\ \Rightarrow ((k - \omega^2 m) + j \omega c) X e^{-j\varphi} &= j \omega c S \end{aligned}$$

Coefficient d'amplification

$$\begin{aligned} \lambda &= \left| \frac{\underline{x}}{\underline{S}} \right| = \left| \frac{j \omega c}{(k - \omega^2 m) + j \omega c} \right| \\ &= \sqrt{\frac{\omega^2 c^2}{(k - \omega^2 m)^2 + \omega^2 c^2}} \\ &= \frac{2 \eta \beta}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + 4 \eta^2 \beta^2}} \end{aligned}$$

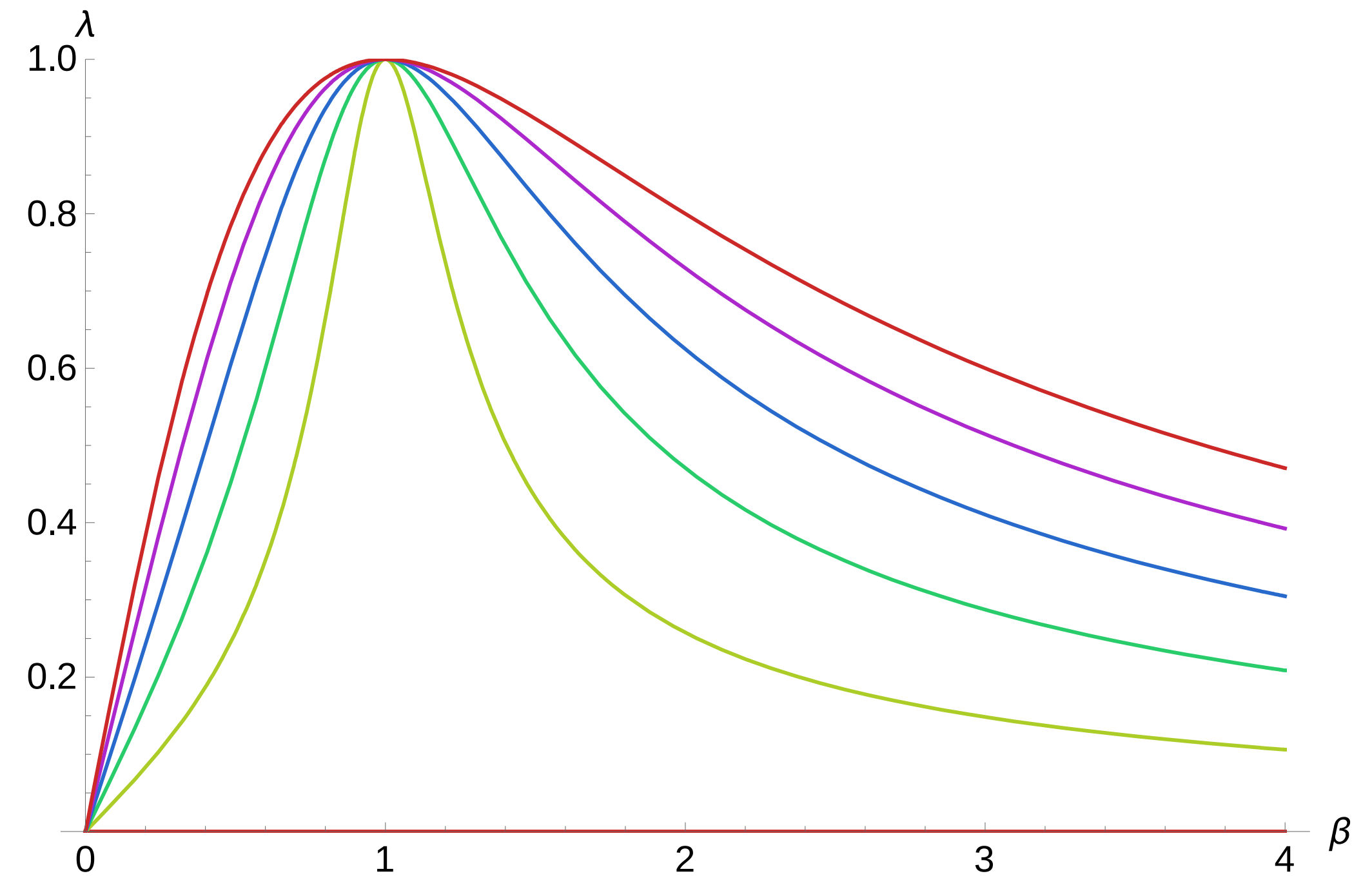
EPFL Exemple 3.2 – Amortisseur Hydraulique



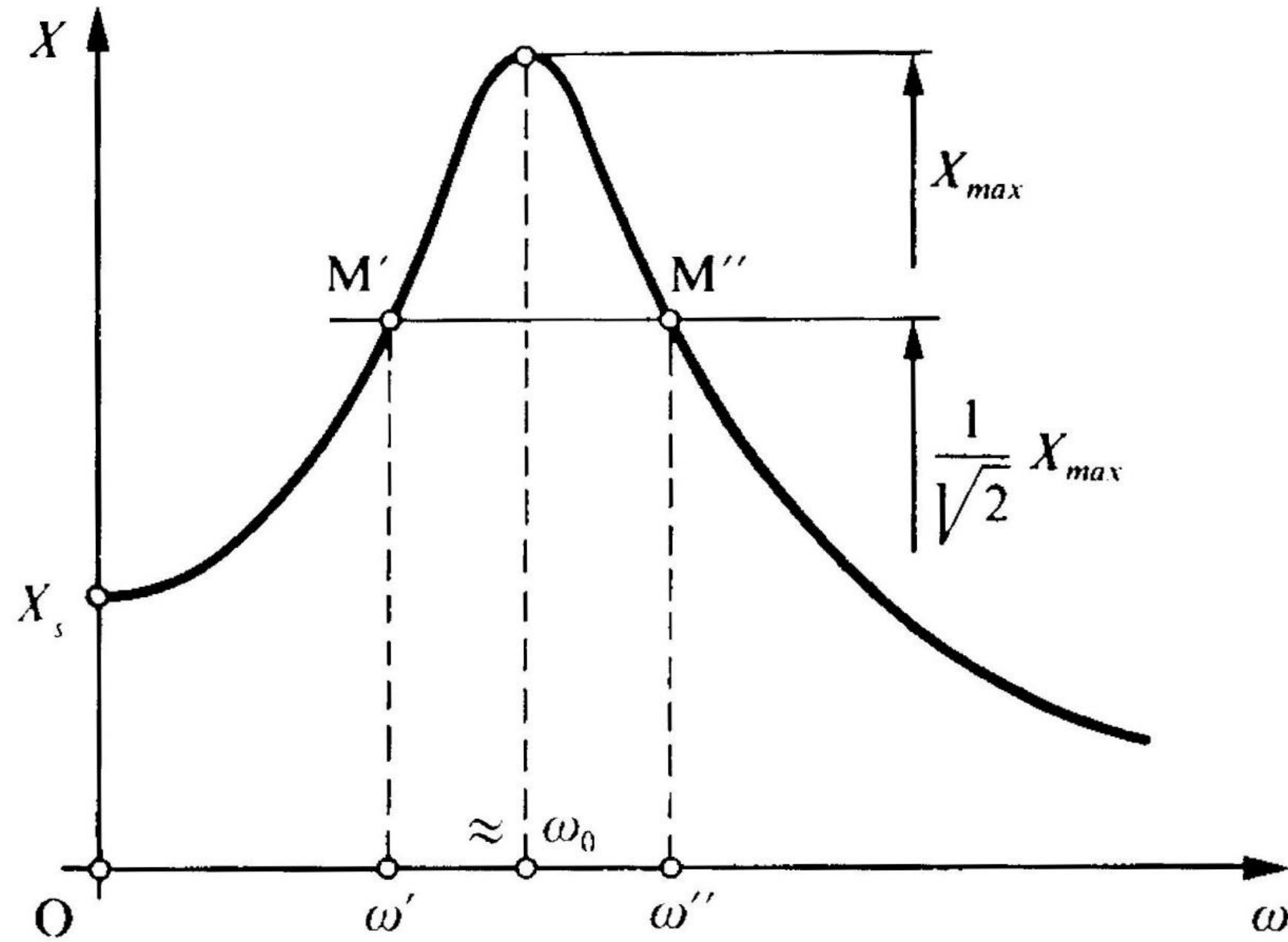
Equation du mouvement du système

$$m\ddot{x} = -kx + c(\dot{s} - \dot{x})$$

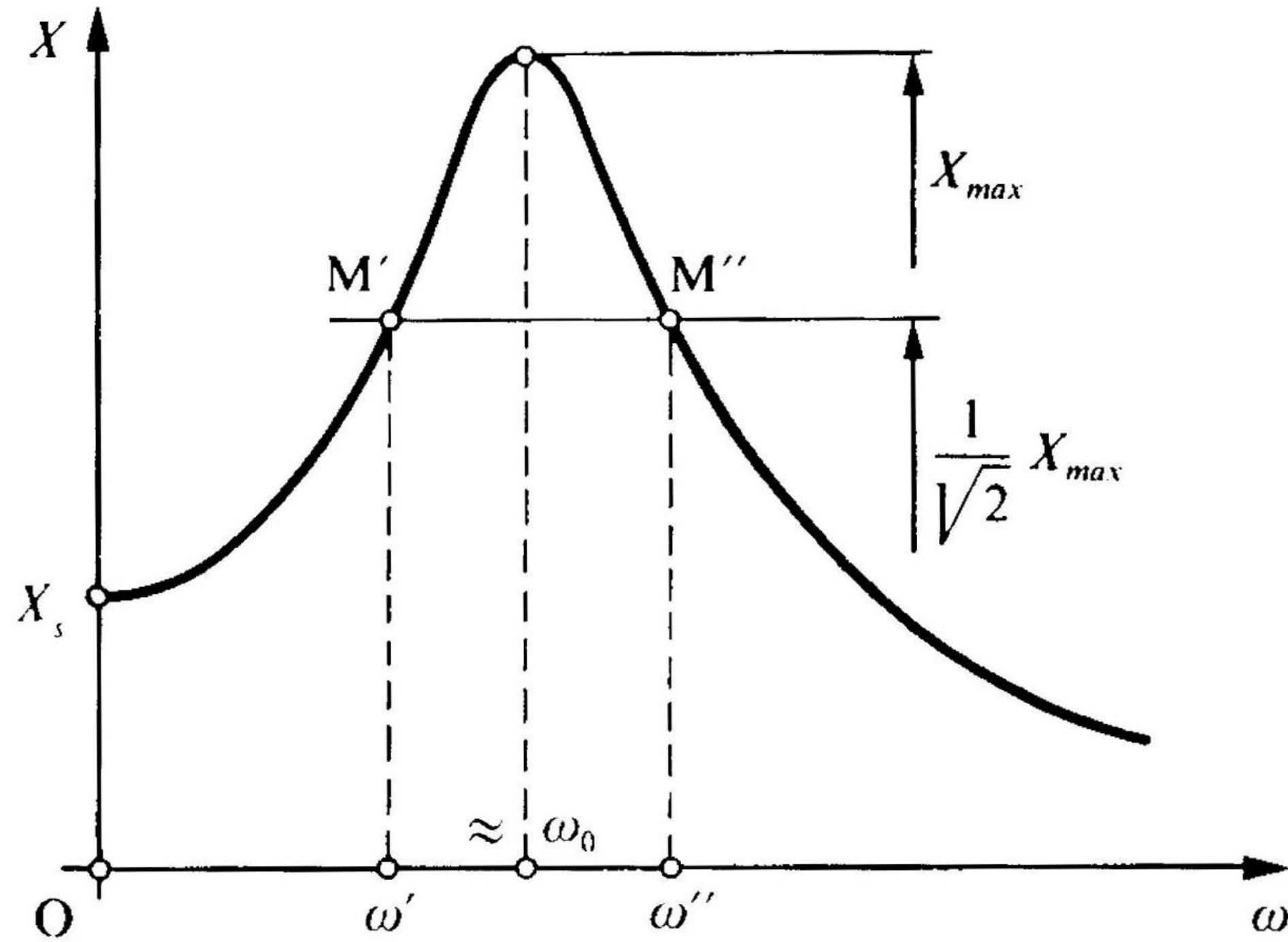
$$\Rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{s}$$



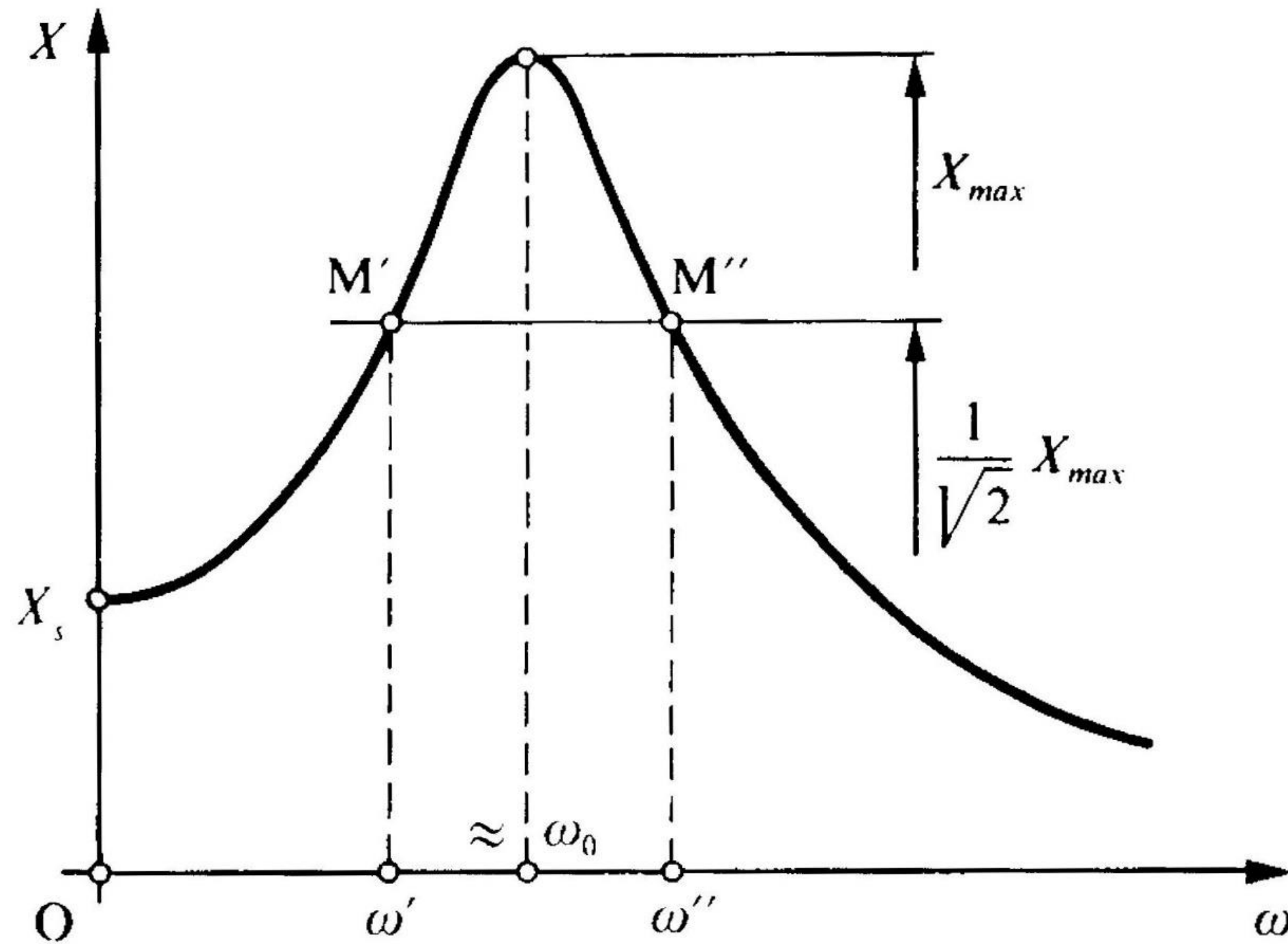
EPFL Exemple 3.3 – Amortissement relatif (4.7.2 livre)



EPFL Exemple 3.3 – Amortissement relatif (4.7.2 livre)



EPFL Exemple 3.3 – Amortissement relatif (4.7.2 livre)



Facteur d'amplification dynamique à *demi-puissance*

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \mu_{\max}$$

ou

$$\frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + 4 \eta^2 \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2 \eta \sqrt{1 - \eta^2}}$$

EPFL Exemple 3.3 – Amortissement relatif (4.7.2 livre)

Solution de l'équation

$$\begin{aligned}\beta^2 &= (1 - 2\eta^2) \pm 2\eta\sqrt{1 - \eta^2} \\ &= 1 \pm 2\eta \quad \text{si } \eta \ll 1\end{aligned} \quad (4.47)$$

ou

$$\begin{aligned}\beta'^2 &= 1 - 2\eta \\ \beta''^2 &= 1 + 2\eta\end{aligned}$$

Amortissement relatif correspondant

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{1}{4}(\beta''^2 - \beta'^2) = \frac{1}{4}(\beta'' + \beta')(\beta'' - \beta') \\ &= \frac{1}{2}(\beta'' - \beta') \quad (\omega_0 = \frac{1}{2}(\omega'' + \omega') \text{ si } \eta \ll 1)\end{aligned}$$

EPFL Exemple 3.3 – Amortissement relatif (4.7.2 livre)

Solution de l'équation

$$\beta^2 = (1 - 2\eta^2) \pm 2\eta\sqrt{1 - \eta^2} \quad (4.47)$$

$$\beta'^2 - \beta''^2 = 4\eta\sqrt{1 - \eta^2}$$

$$\eta^2 = \frac{1}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\beta'^2 - \beta''^2}{2}} \right) \rightarrow \eta^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\beta'^2 - \beta''^2}{2}} \right)$$